

A PRÍMEK FOKOZATOS SZÜRÉSE

Mivel $i > 2$ esetekben a P_i prímszám az 1.1. Következmény szerint P_B vagy P_F típusú lehet, a szűrés minden fokozatban a $B=6n_B+1$ és az $F=6n_F+5$ sorozat-halmazban is el kell végezni. Ha a prímeket a sorozat-halmazokon belüli n_{BP} , illetve n_{FP} sorszámok reprezentálják, akkor fokozatos szűrésük az összetett számok $n_{B\delta}$, illetve $n_{F\delta}$ sorszámainak a ki nem szűrhető elemektől való fokozatos elkülönítését jelenti. Fokozatos elkülönítés alatt az összetett számokat reprezentáló sorszámok diszjunkt végtelen számtani sorozatainak fokozatonként végzett megjelölését/törlését értjük.

A **prímelek fokozatos szűrése** tehát olyan algoritmus, amellyel a potenciális prímelek reprezentáló n_B és n_F sorszámok halmazára alkalmazott eratoszthenészi szita -, illetve a sorszámokra módosított CPS - által meghatározott sorozatokat diszjunkt részsorozatokra konvertálva, majd ezeket fokozatosan elhagyva, lehetőség nyílik a szűrési fokozathoz rendelt küszöbérték felett a fokozattal bezárólag kiszűrhető és ki nem szűrhető tagok átlagos sűrűségének számítására.

Fokozatos szűrés alkalmazása a prímelek nem reprezentáló elemeknek a potenciálisan prímelek reprezentáló elemek halmazától való elkülönítésére

A prímelek fokozatos szűrésének műveletéhez kapcsolódó alapfogalmak

1. DEFINÍCIÓ $i \geq 3$ esetben az i . szűrési fokozat **periódus-párjai** a megegyező n_B és n_F sorszámok egymást követő, egyenként

$$(f1) \quad \Delta_i = P_3 P_4 \dots P_i = \Delta_{i-1} P_i = \Delta_{iB} = \Delta_{iF}$$

tehát **összesen $2\Delta_i$ elemszámú $(m\Delta_i+k_i, (m+1)\Delta_i+k_i]$ intervallumai**, ahol m minden egész értékét felveheti, de $m \neq -1$, és $\Delta_i > k_i \geq J_i$, amit a 2. Definíció határoz meg. Az n_B és n_F sorszámok periódusaiban a fokozattal bezárólag ki nem szűrt elemek sűrűsége, illetve száma megegyezik, hasonlóan a kiszűrt elemek sűrűségéhez, illetve számához:

$m = -1$ esetben az n_B és n_F sorszámok $(-\Delta_i+k_i, k_i]$ intervallumai nem tekinthetők az i . szűrési fokozat periódus-párjának, mivel azokon belül – a $(-(J_i+1), J_i)$ intervallum-párban prímelek reprezentáló elemek miatt – az i . fokozattal bezárólag ki nem szűrt elemek száma nagyobb, mint a fokozat periódus-párjaiban.

Az i . szűrési fokozathoz az n_B és n_F sorszámokat Δ_i különbségű számtani sorozatokba rendezzük, ezért ez lesz a fokozatban kiszűrt végtelen számtani sorozatok különbsége is. A fokozat periódus-párjaiba így a fokozatban kiszűrt (sorszám-)sorozatok egy-egy tagja tartozik.

A **sorozat különbség reciprokának** jelölésére alkalmazzuk a v_i szimbólumot:

$$(f2) \quad v_i = 1/\Delta_i = 1/(\Delta_{i-1} P_i) = v_{iB} = v_{iF}$$

2. DEFINÍCIÓ Az i . szűrési fokozat $(m\Delta_i+J_i, (m+1)\Delta_i+J_i]$ periódus-párjainak **J_i küszöbértéke:**

$$(f3) \quad 0 \leq k_i^* < J_i = \text{int}[P_i/6] \leq k_i < \Delta_i, \text{ ahol } P_i \text{ pozitív prímszám, } J_i \text{ pozitív küszöbérték.}$$

A periódus-párok negatív küszöbértéke az i . szűrési fokozatban:

$$(f4) \quad -(J_i+1) = -\text{int}[(P_i+6)/6]$$

Míg az $(m\Delta_i+k_i, (m+1)\Delta_i+k_i]$ n_B és n_F sorszám-intervallumok bizonyosan az i . szűrési fokozat periódus-párjai, $m = 0, -1$ esetekben a $(k_i^*, \Delta_i+k_i^*]$, illetve $(-\Delta_i+k_i^*, k_i^*]$ sorszám-intervallum párok nem tekinthetők periódus-pároknak. Ezekben az i . fokozatban kiszűrhető $n_{B\delta i}$ és $n_{F\delta i}$ elem-összegek páratlanok, és 1 -gyel kevesebbek, mint a fokozat periódus-párjaiban.

3. DEFINÍCIÓ Az egyes szűrési fokozatokkal bezárólag kiszűrt, megegyező különbségű sorozatok párosíthatók: ezek fele a (4) szerinti B , fele pedig az F végtelen számtani sorozatban előforduló összetett számok miatt kerül kiszűrésre az n_B , illetve az n_F sorszámok közül. A sorozat-tag párok számtani középértékei 3 -mal oszthatók, melyek így az utoljára alkalmazott (i .) szűrési fokozat egymást követő fél periódusaiban váltakozva az n_A , illetve az n_D sorszám-sorozatba tartoznak.

Az $m = 0, -1$ esetek kivételével m egész értékei mellett az i . szűrési fokozattal bezárólag kiszűrt (valamint a ki nem szűrt) n_B és n_F sorszám-sorozat párok $[m\Delta_i, m\Delta_i + \Delta_i]$ – összesen $2\Delta_i$ – elemszámú periódus-párjaiba tartozó páros-páros, vagy páratlan-páratlan tag-párjainak számtani középértékei a **$t_{m/i}$ tükrpontok, amelyek n_D sorszám elemek**. Számértékük:

$$(f5) \quad t_{m/i} = t_{0/i} + m\Delta_i, \quad \text{ahol } \delta t_{m/i} = D_{tm/i} = \delta t_{0/i} + m P_1 P_2 \Delta_i, \quad \text{mivel}$$

$$(f6) \quad t_{0/i} = (\Delta_i - 1)/2, \quad \delta t_{0/i} = D_{t0/i} = 3(\Delta_i - 1) \quad (m=0)$$

A $t_{m/i}$ tükrpontok számtani középértékei azoknak az i . szűrési fokozat periódus-párjaiban a fokozattal bezárólag kiszűrt, valamint ki nem szűrt ($n_B; n_F$) sorozat-tag pároknak is, amelyek egyikének számértéke $m > 0$ esetekben J_i -nél nagyobb és $t_{m/i}$ -nél kisebb, illetve $m < -1$ esetekben $-(J_i + 1)$ -nél kisebb és $t_{m/i}$ -nél nagyobb.

Az $[m\Delta_i - (\Delta_i + 1)/2, m\Delta_i + (\Delta_i - 1)/2]$ és $(m\Delta_i - (\Delta_i + 1)/2, m\Delta_i + (\Delta_i - 1)/2]$ intervallum-párba tartozó, az i . fokozattal bezárólag kiszűrt, valamint ki nem szűrt n_B , illetve n_F sorozat-tagok számtani középértékei – m minden egész értéke mellett – **$m\Delta_i$ számértékű n_A sorszám elemek**. A tag-párok számértéke páros-páratlan.

Az $m\Delta_i$ számértékű n_B sorozat-tagok és ennek megfelelően az $m\Delta_i - 1$ számértékű n_F sorozat-tagok az i . fokozattal bezárólag nem kerülnek kiszűrésre.

4. DEFINÍCIÓ

Nevezük az i . szűrési fokozat **szimmetrikus periódus-párjainak**

1. az $m = 0, -1$ esetek kivételével m egész értékei mellett az n_B és n_F sorszámok $[m\Delta_i, m\Delta_i + \Delta_i]$ összesen $2\Delta_i$ elemszámú intervallum-párjait, illetve
2. az $m = 0$ eset kivételével m egész értékei mellett az n_B sorszámok $[m\Delta_i - (\Delta_i + 1)/2, m\Delta_i + (\Delta_i - 1)/2]$ és az n_F sorszámok $(m\Delta_i - (\Delta_i + 1)/2, m\Delta_i + (\Delta_i - 1)/2]$ szintén összesen $2\Delta_i$ elemszámú intervallum-párjait.

Az 1. alatt jelzett intervallum-párok $m = 0, -1$ esetekben, valamint $m = 0$ esetben a 2. alatt jelzett intervallum-pár nem tekinthetők szimmetrikus periódus-pároknak, mivel bennük az i . fokozattal bezárólag ki nem szűrt elemek száma nagyobb, mint a fokozat periódus-párjaiban.

5. DEFINÍCIÓ

Az i . szűrési fokozat **szegmenseinek** nevezzük a fokozatot megelőzően még ki nem szűrt n_B és n_F sorszámok $[0, \Delta_{i+1})$ intervallumaiba tartozó, az algoritmus szerint rendezett P_i számú sorait.

A szegmensek **sorait** Δ_i különbségű végtelen számtani sorozatok első P_{i+1} számú tagjai alkotják.

A sorok azonos sorszámú tagjainak Δ_{i-1} különbségű, P_i tagszámú számtani sorozatai a szegmensek **oszlopai**.

Az n_B és n_F sorszámok $[0, \Delta_{i+1})$ intervallumaiban az $(i-1)$. szűrési fokozattal bezárólag ki nem szűrt elemek – a $(0; J_{i-1}]$ részintervallumok ki nem szűrhető elemeitől eltekintve – így z_i számú szegmensbe sorolhatók. A jelzett részintervallumok ki nem szűrt, prímekeket reprezentáló elemei nem tartoznak a szegmensekbe, ennek megfelelően a sorszámokra adaptált CPS-ben megjelölt sorszámok halmazába sem. Minden $i \geq 3$ esetben a **szegmensek száma**:

$$(f7) \quad z_i = (P_2 - 1)(P_3 - 1) \dots (P_{i-1} - 1) = z_{i-1}(P_{i-1} - 1) = 2z_{iB} = 2z_{iF}$$

6. DEFINÍCIÓ

Az i . szűrési fokozatban minden szegmensből, annak P_i számú sora közül 1 sor kerül kiszűrésre, amely kiszűrt végtelen sorszám sorozat első P_{i+1} számú tagja. Eszerint az i . szűrési fokozatban **kiszűrt sorozatok száma**, megegyezően a **periódus-páronként kiszűrt elemek számával**:

$$(f8) \quad \kappa_i = z_i = 2\kappa_{iB} = 2\kappa_{iF}$$

Valamely szűrési fokozatban a kiszűrésre kerülő sorozatok **kezdő sorozata** a legkisebb pozitív tagot tartalmazó sorozat. Ez a tag azonban nem szűrhető ki, mivel prímet reprezentál: $J_i = \text{int}[P_i / 6]$ A kezdő sorozat 2. tagja $(\Delta_i + J_i)$ a $(0, \Delta_i]$ intervallum-páron kívül van, így ebben az i . fokozatban kiszűrt elemek száma:

$$(f9) \quad \kappa_i^* = \kappa_i - 1 = \kappa_{iB}^* + \kappa_{iF}^*, \quad \text{ahol } |\kappa_{iB}^* - \kappa_{iF}^*| = 1$$

7. DEFINÍCIÓ Az i . szűrési fokozatban a kiszűrt végtelen számtani sorozatokkal megegyező különbségű **ki nem szűrt sorozatok száma**:

$$(f10) \quad \eta_i = z_{i+1} = (P_2-1)(P_3-1)\dots(P_i-1) = z_i(P_i-1) = 2\eta_{iB} = 2\eta_{iF}$$

8. DEFINÍCIÓ A pozitív prímelek szűrésének i . fokozatában az n_B és n_F sorszámok közül a P_i -vel osztható számokat reprezentáló, a megelőző fokozatokban még ki nem szűrt elemeket szűrjük ki. Ezért az $i > 3$ szűrési fokozatokban az **n_{Bi} kiszűrésre kerülő legkisebb pozitív elem**:

$$(f11) \quad \begin{array}{llll} t_{0/(i>3)} = (P_3P_4\dots P_{i-1})/2 & > n_{Bi} = (P_i^2-1)/6 & > J_i = \text{int}[P_i/6] & , \text{ tehát pl.:} \\ t_{0/3} = (5-1)/2 = 2 & < n_{B3} = (P_3^2-1)/6 = 4 & > J_3 = \text{int}[5/6] = 0 & , \text{ de:} \\ t_{0/4} = (5*7-1)/2 = 17 & > n_{B4} = (P_4^2-1)/6 = 8 & > J_4 = \text{int}[7/6] = 1 & \\ t_{0/5} = (5*7*11-1)/2 = 192 & > n_{B5} = (P_5^2-1)/6 = 20 & > J_5 = \text{int}[11/6] = 1 & \\ t_{0/6} = (5*7*11*13-1)/2 = 2502 & > n_{B6} = (P_6^2-1)/6 = 28 & > J_6 = \text{int}[13/6] = 2 & \end{array}$$

Az i . fokozatában kiszűrésre kerülő legnagyobb negatív elem: **$-(n_{Bi}+1)$**

9. DEFINÍCIÓ Az i . **szűrési fokozat periódus-párjainak s_i sorszám**a azoknak az $((s_i-1)\Delta_i+k_{si}, s_i\Delta_i+k_{si})$ n_B és n_F periódus-pároknak a sorszám, amelyeknél

$$(f12) \quad s_i = m+1 = 1, 2, \dots \quad \text{és}$$

$$(f13) \quad 0 < J_i < k_{si} \leq n_{Bi} = (P_i^2-1)/6$$

Az i . szűrési fokozat **1. periódus-párja** tehát az n_B és n_F sorszámok $(k_{si}, \Delta_i+k_{si})$ intervallum-párja. Ha csak a $J_i < k_{si}$ feltétel teljesül, a fokozatban kiszűrt κ_i számú végtelen számtani sorozat egy-egy pozitív tagja ugyan eleme lesz a fokozat $((s_i-1)\Delta_i+k_{si}, s_i\Delta_i+k_{si})$ n_B és n_F periódus-párjainak, de a fokozatban kiszűrt minden pozitív sorozat tag bizonyosan csak akkor eleme a periódus-pároknak, ha a $k_{si} \leq n_{Bi}$ korlátozás is teljesül.

10. DEFINÍCIÓ és ÉSZREVÉTEL

Az n_B , illetve n_F sorszámok meghatározott intervallumaiban a kiszűrhető, illetve ki nem szűrhető elemek **átlagos sűrűsége** ezek számának és a megfelelő intervallumok összes elemszámának a hányadosa.

A **ki nem szűrhető n_B** , illetve **n_F elemek** megfelelő sorszám sorozaton belüli **átlagos sűrűségének** jelölése: r_B , illetve r_F . Ezt a figyelembe vett intervallum megjelölése mellett kell alkalmazni. Az intervallumtól függően kétféle sűrűséggel számolhatunk:

- r_{0B} , illetve r_{0F} átlagos sűrűség: 0-tól a megfelelő sorszám-intervallum határig ki nem szűrt sorszámok számának (μ_{0B} , illetve μ_{0F}) és az intervallum határ abszolút értékének a hányadosa;
- r_{cB} , illetve r_{cF} a szűrés meghatározott periódusán, illetve periódusain belüli átlagos sűrűség.

Azonos sorszám-intervallumon belül általában $\mu_B \neq \mu_F$ és ezért $r_B \neq r_F$, de $\mu_B \sim \mu_F$ és így $r_B \sim r_F$, ha a sorszám-intervallum elegendően nagy. Az észrevétel általában az **i . szűrési fokozattal bezárólag ki nem szűrt n_B , illetve n_F elemek**re is fennáll: $\mu_{0iB} \neq \mu_{0iF}$ és $r_{0iB} \neq r_{0iF}$, de $\mu_{0iB} \sim \mu_{0iF}$ és $r_{0iB} \sim r_{0iF}$

Az **i . szűrési fokozat nem egész számú periódus párjaiban a fokozattal bezárólag ki nem szűrt n_B , illetve n_F elemek**re szintén $\mu_{ciB} \neq \mu_{ciF}$ és $r_{ciB} \neq r_{ciF}$, de **az egész számú periódus-pároknak** a páros kiszűrés miatt: $\mu_{ciBp} = \mu_{ciFp}$ és $r_{ciBp} = r_{ciFp}$

$\pi(x)$ -szel jelölve az x -nél nem nagyobb prímelek számát és figyelembe véve, hogy P_1 és P_2 nem eleme sem a $\pi_B(x)$, sem a $\pi_F(x)$ halmaznak:

$$(f14) \quad \pi(x) = \pi_B(x) + \pi_F(x) + 2 = \pi^*(x) + 2, \quad \text{ahol } \pi^*(x)/2 \sim \pi_B(x) \neq \pi_F(x) \sim \pi^*(x)/2$$

$$(f15) \quad \pi(x)/x = S_{0x} = S_{0Bx} + S_{0Fx} + 2/x = S^*_{0x} + 2/x, \quad \text{ahol } S^*_{0x}/2 \sim S_{0Bx} \neq S_{0Fx} \sim S^*_{0x}/2$$

$$(f16) \quad S_{0Bx} = \pi_B(x)/x \sim \pi_B(6n)/6n, \quad \text{ahol } \pi_B(x) = \pi_B(6n) \text{ és } \text{int}[(x-1)/6] = n, \text{ tehát } x \sim 6n$$

$$(f17) \quad S_{0Fx} = \pi_F(x)/x \sim \pi_F(6n)/6n, \quad \text{ahol } \pi_F(x) = \pi_F(6n) \text{ és } \text{int}[(x-5)/6] = n, \text{ tehát } x \sim 6n$$

Végezzük el az $n = n_{Bi} = n_{Ai} = (P_i^2-1)/6$, valamint az $x \sim 6n = 6n_{Ai} = A_i$ helyettesítést:

$$(f18) \quad S_{0Bi} = \pi_{Bi}/A_i, \quad \text{ahol } \pi_{Bi} = n_{Ai} r_{0Bi} = 6n_{Ai} S_{0Bi}$$

$$(f19) \quad S_{0Fi} = \pi_{Fi}/A_i, \quad \text{ahol } \pi_{Fi} = n_{Ai} r_{0Fi} = 6n_{Ai} S_{0Fi}$$

A $[0, n_{Ai})$ sorszám intervallum-pár ki nem szűrt elemeinek, illetve a $[0, A_i)$ számintervallum P_1 -től és P_2 -től különböző prímjeinek száma:

$$(f20) \quad \pi^*_i = \pi^*(A_i) = \pi_i - 2 = n_{Ai}(r_{0Bi} + r_{0Fi}) = A_i(S_{0Bi} + S_{0Fi}) = A_i S^*_{0i}$$

11. DEFINÍCIÓ

A kiszűrt és ki nem szűrt elemek előfordulásának **gyakorisága** ezek periódus-páronkénti, illetve periódusonkénti számának és a periódus-pár, illetve periódus összes elemszámának a hányadosa.

A gyakoriság jelölésében fel kell tüntetni az aktuális, vagy az utoljára alkalmazott szűrési fokozatot, ami a periódus-pár, illetve periódus elemszámát is meghatározza. A **ki nem szűrt** elemek gyakorisága, ami a szűrési fokozat periódus-párjaiban, illetve periódusaiban megegyezik, mindig nagyobb, mint ugyanezekben az intervallumokban a **ki nem szűrhető** elemek átlagos sűrűsége. Ez utóbbi azonos elemszámú intervallumonként csökkenő tendenciájú.

12. DEFINÍCIÓ

Az **utoljára kiszűrt n_B illetve n_F sorszám-elemek gyakorisága** ($\rho_i = \rho_{iB} = \rho_{iF}$): az i . szűrési fokozatban kiszűrt sorozatok tagjainak gyakorisága a fokozat n_B és n_F periódus-párjaiban, illetve n_B vagy n_F sorszám-periódusaiban ($i > 2$).

Az i . szűrési fokozat n_B és n_F periódus-párjaiba ($2\Delta_i$ elemszám) az utoljára (i . fokozatban) kiszűrt valamennyi (κ_i számú) sorozat egy-egy tagja tartozik. Mivel a B és F sorozat kiszűrt tagjai, illetve a tagok sorszámai az n_B és n_F periódus-párokban párosíthatók, így:

$$(f21) \quad \rho_i = \rho_{iB} = \rho_{iF} = z_i/2\Delta_i = \kappa_i v_i/2 = (P_3-1)(P_4-1)\dots(P_{i-1}-1)/(P_3P_4\dots P_i) = (1/P_i) \prod_{j=4}^i (P_{j-1}-1)/P_{j-1}$$

13. DEFINÍCIÓ

Az **i -edik szűrési fokozattal bezárólag kiszűrt n_B és n_F sorszám-elemek gyakorisága** ($\rho_{i\Sigma} = \rho_{iB\Sigma} = \rho_{iF\Sigma}$): az i . szűrési fokozatot megelőző fokozatokban már kiszűrt valamennyi n_B és n_F sorozat-tag gyakoriságának és az $-i$. szűrési fokozatban – utoljára kiszűrt tagok gyakoriságának összege a fokozat n_B és n_F periódus-párjaiban, illetve n_B vagy n_F sorszám-periódusaiban ($i > 2$):

$$(f22) \quad \begin{aligned} \rho_{i\Sigma} &= \rho_{iB\Sigma} = \rho_{iF\Sigma} = \rho_{(i-1)\Sigma} + \rho_i = \\ &= 1/P_3 + (P_3-1)/(P_3P_4) + (P_3-1)(P_4-1)/(P_3P_4P_5) + \dots + (P_3-1)(P_4-1)\dots(P_{i-1}-1)/(P_3P_4\dots P_i) = \\ &= 1 + [-(P_3-1)/P_3 + (P_3-1)/(P_3P_4)] + (P_3-1)(P_4-1)/(P_3P_4P_5) + \dots + (P_3-1)(P_4-1)\dots(P_{i-1}-1)/(P_3P_4\dots P_i) = \\ &= 1 + [-P_4(P_3-1)/(P_3P_4) + (P_3-1)/(P_3P_4)] + (P_3-1)(P_4-1)/(P_3P_4P_5) + \dots + (P_3-1)(P_4-1)\dots(P_{i-1}-1)/(P_3P_4\dots P_i) = \\ &= 1 + [-(P_3-1)/(P_3P_4)](P_4-1) + (P_3-1)(P_4-1)/(P_3P_4P_5) + \dots + (P_3-1)(P_4-1)\dots(P_{i-1}-1)/(P_3P_4\dots P_i) = \\ &= 1 + [-(P_3-1)(P_4-1)/(P_3P_4) + (P_3-1)(P_4-1)/(P_3P_4P_5)] + (P_3-1)(P_4-1)(P_5-1)/(P_3P_4P_5P_6) + \dots \\ &\quad \dots + (P_3-1)(P_4-1)\dots(P_{i-1}-1)/(P_3P_4\dots P_i) = \\ &= 1 + [-P_5(P_3-1)(P_4-1)/(P_3P_4P_5) + (P_3-1)(P_4-1)/(P_3P_4P_5)] + (P_3-1)(P_4-1)(P_5-1)/(P_3P_4P_5P_6) + \dots \\ &\quad \dots + (P_3-1)(P_4-1)\dots(P_{i-1}-1)/(P_3P_4\dots P_i) = \\ &= 1 + [-(P_3-1)(P_4-1)/(P_3P_4P_5)](P_5-1) + (P_3-1)(P_4-1)(P_5-1)/(P_3P_4P_5P_6) + \dots \\ &\quad \dots + (P_3-1)(P_4-1)\dots(P_{i-1}-1)/(P_3P_4\dots P_i) = \\ &= 1 + [-(P_3-1)(P_4-1)(P_5-1)/(P_3P_4P_5) + (P_3-1)(P_4-1)(P_5-1)/(P_3P_4P_5P_6)] + \dots \\ &\quad \dots + (P_3-1)(P_4-1)\dots(P_{i-1}-1)/(P_3P_4\dots P_i) = \\ &= 1 + [-(P_3-1)(P_4-1)\dots(P_{i-1}-1)/(P_3P_4\dots P_{i-1}) + (P_3-1)(P_4-1)\dots(P_{i-1}-1)/(P_3P_4\dots P_{i-1}P_i)] = \\ &= 1 + [-P_i(P_3-1)(P_4-1)\dots(P_{i-1}-1)/(P_3P_4\dots P_{i-1}P_i) + (P_3-1)(P_4-1)\dots(P_{i-1}-1)/(P_3P_4\dots P_{i-1}P_i)] = \\ &= 1 + [-(P_3-1)(P_4-1)\dots(P_{i-1}-1)/(P_3P_4\dots P_{i-1}P_i)](P_i-1) = 1 - (P_3-1)(P_4-1)\dots(P_{i-1}-1)/(P_3P_4\dots P_i) = \\ &= 1 - z_{i+1}/2\Delta_i = 1 - \kappa_{i+1} v_i/2 = 1 - \prod_{j=3}^i (P_j-1)/P_j \end{aligned}$$

A kiszűrt tagok előfordulásának gyakoriságát a ki nem szűrt tagok gyakorisága egészíti ki az n_B és n_F sorszám-periódusokban, illetve a periódus-párokban 1 -re.

14. DEFINÍCIÓ

A **ki nem szűrt n_B és n_F sorszám-elemek gyakoriságának változása** ($\beta_j = \beta_{jB} = \beta_{jF}$) az **utoljára alkalmazott (i). szűrési fokozatban**: az i . szűrési fokozat sorszám-periódusaiban, illetve n_B és n_F periódus-párjaiban a ki nem szűrt sorozat-tagok gyakoriságának csökkenése:

$$(f23) \quad \beta_i = \beta_{iB} = \beta_{iF} = -\rho_i = -z_i/2\Delta_i = -\kappa_i v_i/2 = -(1/P_i) \prod_{j=4}^i (P_{j-1}-1)/P_{j-1}$$

15. DEFINÍCIÓ

Az ***i*-edik szűrési fokozattal bezárólag ki nem szűrt n_B és n_F sorszám-elemek gyakorisága** ($\beta_{i\Sigma} = \beta_{iB\Sigma} = \beta_{iF\Sigma}$): az *i*. szűrési fokozatot megelőző fokozatokban még ki nem szűrt sorozat-tagok gyakoriságának az *i*. szűrési fokozatban – utoljára kiszűrt tagok gyakoriságával csökkentett értéke:

$$(f24) \quad \beta_{i\Sigma} = \beta_{iB\Sigma} = \beta_{iF\Sigma} = \beta_{(i-1)\Sigma} + \beta_i = 1 - \rho_{(i-1)\Sigma} - \rho_i = 1 - \rho_{i\Sigma} = z_{i+1}/2\Delta_i = \kappa_{i+1} v_i/2 := \prod_{i=3}^i (P_i - 1)/P_i$$

$$(f25) \quad 2\beta_{i\Sigma} = \beta_{iB\Sigma} + \beta_{iF\Sigma} = r_{cip} = 2 \prod_{i=3}^i (P_i - 1)/P_i = 3 \prod_{i=2}^i (P_i - 1)/P_i \approx r_{0i} = \pi_i^*/n_{Ai} \sim 3 \prod_{P \geq 3} (P - 1)/P = 2\beta_\Sigma$$

$$(f26) \quad \beta_{iB\Sigma} = r_{ciBp} \approx r_{0Bi} = \pi_{Bi}/n_{Ai}$$

$$(f27) \quad \beta_{iF\Sigma} = r_{ciFp} \approx r_{0Fi} = \pi_{Fi}/n_{Ai}$$

$$(f28) \quad S_{0i}^* = \pi_i^*/A_i = n_{Ai} r_{0i}/A_i = r_{0i}/6 \approx \frac{(1/3) \prod_{i=3}^i (P_i - 1)/P_i}{(1/2) \prod_{i=2}^i (P_i - 1)/P_i} \sim \beta_\Sigma/3$$

$$(f29) \quad S_{0Bi} = \pi_{Bi}/A_i = n_{Ai} r_{0Bi}/A_i = r_{0Bi}/6 \approx \frac{(1/6) \prod_{i=3}^i (P_i - 1)/P_i}{(1/4) \prod_{i=2}^i (P_i - 1)/P_i} \sim K_B \beta_\Sigma/6$$

$$(f30) \quad S_{0Fi} = \pi_{Fi}/A_i = n_{Ai} r_{0Fi}/A_i = r_{0Fi}/6 \approx \frac{(1/6) \prod_{i=3}^i (P_i - 1)/P_i}{(1/4) \prod_{i=2}^i (P_i - 1)/P_i} \sim K_F \beta_\Sigma/6$$